

Exercice

Dans une usine, on se propose de tester un prototype de hotte aspirante pour un local industriel. Avant de lancer la fabrication en série, on réalise l'expérience suivante : dans un local clos équipé du prototype de hotte aspirante, on diffuse du dioxyde de carbone (CO_2) à débit constant.

Dans ce qui suit, t est le temps exprimé en minute.

À l'instant $t = 0$, la hotte est mise en marche et on la laisse fonctionner pendant 20 minutes. Les mesures réalisées permettent de modéliser le taux (en pourcentage) de CO_2 contenu dans le local au bout de t minutes de fonctionnement de la hotte par l'expression $f(t)$, où f est la fonction définie pour tout réel t de l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(t) = (0,8t + 0,2)e^{-0,5t} + 0,03.$$

On donne ci-contre le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 20]$.

Ainsi, la valeur $f(0) = 0,23$ traduit le fait que le taux de CO_2 à l'instant 0 est égal à 23 %.

t	0	1,75	20	
$f'(t)$		+	0	-
f	0,23			

1. Dans cette question, on arrondira les deux résultats au millième.
 - a. Calculer $f(20)$.
 - b. Déterminer le taux maximal de CO_2 présent dans le local pendant l'expérience.

2. On souhaite que le taux de CO_2 dans le local retrouve une valeur V inférieure ou égale à 3,5 %.
 - a. Justifier qu'il existe un unique instant T satisfaisant cette condition.
 - b. On considère l'algorithme suivant :

```

t ← 1,75
p ← 0,1
V ← 0,7
Tant que V > 0,035
    t ← t + p
    V ← (0,8t + 0,2)e-0,5t + 0,03
Fin Tant que
  
```

Quelle est la valeur de la variable t à la fin de l'algorithme ?

Que représente cette valeur dans le contexte de l'exercice ?

3. On désigne par V_m le taux moyen (en pourcentage) de CO_2 présent dans le local pendant les 11 premières minutes de fonctionnement de la hotte aspirante.
 - a. Soit F la fonction définie sur l'intervalle $[0; 11]$ par :

$$F(t) = (-1,6t - 3,6)e^{-0,5t} + 0,03t.$$

Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0; 11]$.

- b. En déduire le taux moyen V_m , valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0; 11]$. Arrondir le résultat au millième, soit à 0,1 %.